



|   |   |                     |                       |   |
|---|---|---------------------|-----------------------|---|
|        | <b>INSTITUTO TECNOLÓGICO DE NUEVO LAREDO</b><br><b>ING. EN SISTEMAS COMPUTACIONALES</b> |                     |                       |  |
|   | <b>MATERIA:</b><br>Matemáticas Discretas  | <b>UNIDAD:</b><br>4 | <b>PRÁCTICA:</b><br>1 |   |
| <b>NOMBRE DE LA PRÁCTICA:</b> Ejercicios de expresiones (funciones) lógicas o booleanas |   |                     |                       |   |



|   |
|---|
| <p><b>OBJETIVO:</b> El estudiante desarrollará diversos ejercicios de representación, simplificación y evaluación de expresiones booleanas mediante teoremas lógicos y mapas de Karnaugh. También implementará dichas expresiones mediante circuitos lógicos.</p> |
| <p><b>MATERIAL Y EQUIPO NECESARIO:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Papel y lápiz</li> </ul>  |

1.- Simplifique cada una de las siguientes expresiones booleanas de modo que utilicen el mínimo de literales:

| <i>Expresión booleana</i>   | <i>Solución</i>   |
|-----------------------------|-------------------|
| a) $X(X' + Y)$              | $XY$              |
| b) $X + X'Y$                | $X + Y$           |
| c) $(X + Y)(X + Y')$        | $X$               |
| d) $XY + X'Z + YZ$          | $XY + X'Z$        |
| e) $(X + Y)(X' + Z)(Y + Z)$ | $(X + Y)(X' + Z)$ |
| f) $XY + XY'$               | $X$               |
| g) $XYZ + X'Y + XYZ'$       | $Y$               |
| h) $(A + B)'(A' + B)'$      | $0$               |
| i) $ABC + A'B + ABC'$       | $B$               |
| j) $X'YZ + XZ$              | $Z(X + Y)$        |
| k) $(X + Y)'(X' + Y')$      | $X'Y'$            |
| l) $XY + X(WZ + WZ')$       | $X(W + Z)$        |
| m) $(BC' + A'D)(AB' + CD')$ | $0$               |

2.- Simplifique cada una de las siguientes expresiones booleanas al número de literales que se indica:

| <i>Expresión booleana</i>        | <i>Número de literales</i> | <i>Solución</i> |
|----------------------------------|----------------------------|-----------------|
| $A'C' + ABC + AC'$               | 3                          | $AB + C'$       |
| $(X'Y' + Z)' + Z + XY + WZ$      | 3                          | $X + Y + X$     |
| $A'B(D' + C'D) + B(A + A'CD)$    | 1                          | $B$             |
| $(A' + C)(A' + C')(A + B + C'D)$ | 4                          | $A'(B + C'D)$   |

|   |   |                     |                       |   |
|---|---|---------------------|-----------------------|---|
|        | <b>INSTITUTO TECNOLÓGICO DE NUEVO LAREDO</b><br><b>ING. EN SISTEMAS COMPUTACIONALES</b> |                     |                       |  |
|   | <b>MATERIA:</b><br>Matemáticas Discretas  | <b>UNIDAD:</b><br>4 | <b>PRÁCTICA:</b><br>1 |   |
| <b>NOMBRE DE LA PRÁCTICA:</b> Ejercicios de expresiones (funciones) lógicas o booleanas |   |                     |                       |   |

3.- Muestre la tabla de verdad de la función  $F = xy + xy' + y'z$

4.- Simplifique las funciones booleanas  $T_1$  y  $T_2$  al mínimo de literales

| A | B | C | $T_1$ | $T_2$ |
|---|---|---|-------|-------|
| 0 | 0 | 0 | 1     | 0     |
| 0 | 0 | 1 | 1     | 0     |
| 0 | 1 | 0 | 1     | 0     |
| 0 | 1 | 1 | 0     | 1     |
| 1 | 0 | 0 | 0     | 1     |
| 1 | 0 | 1 | 0     | 1     |
| 1 | 1 | 0 | 0     | 1     |
| 1 | 1 | 1 | 0     | 1     |

*Solución:*  $T_1 = A'(B' + C')$  y  $T_2 = A + BC = T_1'$



5.- Dibuje los circuitos lógicos de las siguientes expresiones booleanas:

- a)  $Y = A'B' + B(A + C)$
- b)  $Y = BC + AC'$
- c)  $Y = A + CD$
- d)  $Y = (A + B)(C' + D)$

6.- Dada la función booleana:

$$F = xy + x'y' + y'z$$

- a) Impleméntela con compuertas AND, OR e inversores,
- b) Impleméntela con compuertas OR e inversores, y
- c) Impleméntela con compuertas AND e inversores.

|   |   |                     |                       |   |
|---|---|---------------------|-----------------------|---|
|        | <b>INSTITUTO TECNOLÓGICO DE NUEVO LAREDO</b><br><b>ING. EN SISTEMAS COMPUTACIONALES</b> |                     |                       |  |
|   | <b>MATERIA:</b><br>Matemáticas Discretas  | <b>UNIDAD:</b><br>4 | <b>PRÁCTICA:</b><br>1 |   |
| <b>NOMBRE DE LA PRÁCTICA:</b> Ejercicios de expresiones (funciones) lógicas o booleanas |   |                     |                       |   |

7.- Dibuje el circuito lógico correspondiente a las siguientes expresiones booleanas sin simplificarlas:

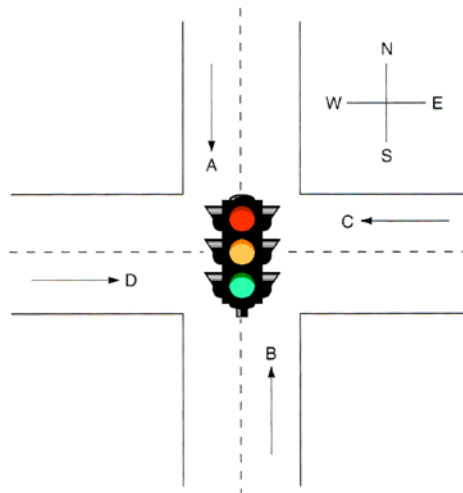
- a)  $BC' + AB + ACD$
- b)  $(A + B)(C + D)(A' + B + D)$
- c)  $(AB + A'B')(CD' + C'D)$



8.- Dada la función booleana

$$F = xy'z + x'y'z + w'xy + wx'y + wxy$$

- a) Prepare la tabla de verdad.
- b) Dibuje el circuito lógico empleando la expresión booleana original.
- c) Simplifique la función al mínimo de literales empleando álgebra booleana.
- d) Prepare la tabla de verdad de la función a partir de la expresión simplificada y demuestre que es igual a la del inciso a).
- e) Dibuje el circuito lógico de la expresión simplificada y compare el número total de compuertas con el diagrama del inciso b).

9.- La siguiente figura ilustra la intersección de una avenida principal con una calle secundaria de una ciudad.



|   |   |                     |                       |   |
|---|---|---------------------|-----------------------|---|
|        | <b>INSTITUTO TECNOLÓGICO DE NUEVO LAREDO</b><br><b>ING. EN SISTEMAS COMPUTACIONALES</b> |                     |                       |  |
|   | <b>MATERIA:</b><br>Matemáticas Discretas  | <b>UNIDAD:</b><br>4 | <b>PRÁCTICA:</b><br>1 |   |
| <b>NOMBRE DE LA PRÁCTICA:</b> Ejercicios de expresiones (funciones) lógicas o booleanas |   |                     |                       |   |



Los sensores detectores de vehículos están colocados a lo largo de las líneas C y D (en la avenida principal) y en las líneas A y B (de la calle secundaria). Estos sensores arrojan una salida de 0 cuando no detectan vehículo y 1 en caso contrario.

El semáforo de la intersección será controlado de acuerdo a la siguiente lógica:

1. La luz de la avenida principal (Este - Oeste) será verde cuando ambas líneas C y D estén ocupadas.
2. La luz de la avenida principal (Este – Oeste) será verde cuando cualquiera de las líneas C o D esté ocupada pero cuando las líneas A y B estén desocupadas ambas.
3. La luz de la calle secundaria (Norte – Sur) será verde cuando ambas líneas A y B estén ocupadas pero cuando C y D estén desocupadas ambas.
4. La luz de la calle secundaria (Norte – Sur) también será verde cuando A o B esté ocupada mientras C y D estén desocupadas ambas.
5. La luz de la avenida principal (Este – Oeste) será verde cuando no haya vehículos presentes.

Usando los sensores A, B, C y D como entradas, diseñe una función booleana y un circuito lógico para controlar el semáforo, el cual debe tener dos salidas, Norte - Sur y Este – Oeste, cada una de las cuales será 1 cuando su luz correspondiente sea verde. Considere que cuando la salida de la luz de la calle Norte – Sur sea 1, entonces la luz del cruce contrario (Este – Oeste) será 0. Simplifique dicha función (y por ende dicho circuito) a su mínima expresión.

*Solución:* Norte – Sur =  $C'D'(A+B) + AB(C'+D')$  y Este – Oeste =  $(\text{Norte – Sur})'$

|   |   |                     |                       |   |
|---|---|---------------------|-----------------------|---|
|        | <b>INSTITUTO TECNOLÓGICO DE NUEVO LAREDO</b><br><b>ING. EN SISTEMAS COMPUTACIONALES</b> |                     |                       |  |
|   | <b>MATERIA:</b><br>Matemáticas Discretas  | <b>UNIDAD:</b><br>4 | <b>PRÁCTICA:</b><br>1 |   |
| <b>NOMBRE DE LA PRÁCTICA:</b> Ejercicios de expresiones (funciones) lógicas o booleanas |   |                     |                       |   |



10.- Tres fotoceldas son iluminadas por tres luces intermitentes. Se supone que las luces son intermitentes en secuencia de modo que en ningún instante las tres luces estén encendidas o apagadas al mismo tiempo. Cada fotocelda se utiliza para monitorear una de las luces y cada una de ellas está en un circuito que produce un voltaje de salida bajo (0) cuando la fotocelda está oscura y un voltaje de salida alto (1) cuando la fotocelda está iluminada. Diseñe una función booleana y un circuito lógico que tenga como entradas las salidas del circuito de fotoceldas en el cual produzca una salida alta (1) siempre que las tres luces estén encendidas o bien apagadas al mismo tiempo.

$$\text{Solución: } F = A'B'C' + ABC$$

11.- Un número binario de 4 bits se representa como  $A_3A_2A_1A_0$ , donde  $A_3$ ,  $A_2$ ,  $A_1$  y  $A_0$  representan los bits individuales y  $A_0$  es el LSB (Less Significant Bit = Bit Menos Significativo). Diseñe un circuito lógico que produzca una salida alta (1) siempre que el número binario sea mayor que 0010 y menor que 1000.

$$\text{Solución: } F = A_3'(A_2 + A_1A_0)$$

12.- Cuatro tanques de una planta química contienen diferentes líquidos sometidos a calentamiento. Se utilizan sensores de nivel del líquido para detectar siempre que el nivel de los tanques A y B exceda un nivel predeterminado. Los sensores de temperatura de los tanques C y D detectan cuando la temperatura de estos tanques desciende de un límite prescrito. Suponga que los registros (salidas) del sensor de nivel del líquido (A y B) son 0 cuando el nivel es satisfactorio y 1 cuando es demasiado alto. Asimismo, las salidas (o registros) del sensor de temperatura (C y D) son 0 cuando la temperatura es

|   |   |                     |                       |   |
|---|---|---------------------|-----------------------|---|
|        | <b>INSTITUTO TECNOLÓGICO DE NUEVO LAREDO</b><br><b>ING. EN SISTEMAS COMPUTACIONALES</b> |                     |                       |  |
|   | <b>MATERIA:</b><br>Matemáticas Discretas  | <b>UNIDAD:</b><br>4 | <b>PRÁCTICA:</b><br>1 |   |
| <b>NOMBRE DE LA PRÁCTICA:</b> Ejercicios de expresiones (funciones) lógicas o booleanas |   |                     |                       |   |



satisfactoria y 1 cuando la temperatura es demasiado baja. Diseñe un circuito lógico que detecte siempre que el nivel del tanque A o B sea demasiado alto al mismo tiempo que la temperatura en el tanque C o en el D sea demasiado baja.

13.- Como responsable de un bazar de beneficencia, Paula deja su trabajo una tarde para hornear un pastel que será vendido en el bazar. Los siguientes miembros del comité del bazar ofrecen donar los ingredientes necesarios, como se muestra en la siguiente tabla:

|         | Harina | Leche | Mantequilla | Nueces | Huevos |
|---------|--------|-------|-------------|--------|--------|
| Susana  | X      |       | X           |        |        |
| Dolores |        |       | X           | X      |        |
| Berta   | X      | X     |             |        |        |
| Teresa  |        | X     |             |        | X      |
| Ruth    |        | X     | X           | X      |        |

Paula envía a su hija Sarita a recoger los ingredientes. Escriba una expresión booleana para ayudar a Paula a determinar el conjunto de voluntarias que debe tener en cuenta para que Sarita pueda recoger todos los ingredientes (y nada más).

*Solución:  $F = BTR + DBT + STR + SDT$*

|   |   |                     |                       |   |
|---|---|---------------------|-----------------------|---|
|        | <b>INSTITUTO TECNOLÓGICO DE NUEVO LAREDO</b><br><b>ING. EN SISTEMAS COMPUTACIONALES</b> |                     |                       |  |
|   | <b>MATERIA:</b><br>Matemáticas Discretas  | <b>UNIDAD:</b><br>4 | <b>PRÁCTICA:</b><br>1 |   |
| <b>NOMBRE DE LA PRÁCTICA:</b> Ejercicios de expresiones (funciones) lógicas o booleanas |   |                     |                       |   |

14.- Para su décimo cumpleaños, Marta quiere regalar a su hijo Juan algunos sellos de correos para su colección. En la tienda encuentra seis paquetes diferentes (que llamaremos u, v, w, x, y z). Los tipos de sellos de estos paquetes se muestran en la siguiente tabla:

|   | USA | Europa | Asia | África |
|---|-----|--------|------|--------|
| u |     | X      |      | X      |
| v | X   |        | X    |        |
| w | X   | X      |      |        |
| x | X   |        |      |        |
| y | X   |        |      | X      |
| z |     |        | X    | X      |

Determine todas las combinaciones minimales de paquetes que Marta puede comprar de modo que Juan reciba algunos sellos de todas las regiones geográficas.

*Solución:*  $F = uv + wyv + uxz + uyz + wz$