

# Cuantificadores Universales

Considere las siguientes frases:

- 1.- Todos los gatos tienen cola.
- 2.- A algunas personas les gusta la carne cruda.
- 3.- Todo el mundo tiene un descanso de vez en cuando.

- ***El cuantificador universal*** indica que algo es cierto para todos los individuos

Sea  $A$  una expresión y sea  $x$  una variable. Si deseamos indicar que  $A$  es verdadero para todos los posibles valores de  $x$ , escribiremos  $(\forall x) A$ .

- $(\forall x)$  es cuantificador universal
- $A$  es el ámbito (alcance) del cuantificador.
- El símbolo  $\forall$  se lee "para todo".

Ejemplo 2.- Expresar “todos los gatos tienen cola” en cálculo de predicados.

Solución:

Hallar primero el ámbito del cuantificador universal, que es “Si  $x$  es un gato, entonces  $x$  tiene cola” y se define como

$Gx \leftrightarrow x$  es un gato

$Cx \leftrightarrow x$  tiene cola  $\therefore$

**$(\forall x) Gx \rightarrow Cx$**

Otro ejemplo:

“ $x$  protege el circuito de luces”

Para cada  $x$ ,  $x$  protege el circuito de luces

En este caso utiliza “ $x$ ” para afirmar que cada elemento del universo tiene una cierta propiedad

$Wx \leftrightarrow x$  protege el circuito de luces  
 $(\forall x) Wx$

NOTA: No existe límite en el número de veces que pueden aplicarse especificaciones a la misma proposición universal.

Ejemplo:

Cada número positivo es mayor que cero  
1 es un número positivo  
3 es un número positivo  
Por lo tanto, 1 y 3 son mayores que cero

Se define:

$Px \leftrightarrow x$  es un número positivo

Demostrar  $1 > 0$  &  $3 > 0$  si ..

---

1) $(\forall x) (Px \rightarrow x > 0)$	P
2) P1	P
3) P3	P
<hr/>	
4) $P1 \rightarrow 1 > 0$	1/x (1)
5) $1 > 0$	PP(2,4)
6) $P3 \rightarrow 3 > 0$	3/x (1)
7) $3 > 0$	PP(3,6)
8) $1 > 0 \ \& \ 3 > 0$	Adj(5,7)

Ejercicio:

$Ex \leftrightarrow x$  es un número par

$Ox \leftrightarrow x$  es un número impar

$Px \leftrightarrow x$  es un número positivo

Demostrar: E4 si ...

1)	$(\forall x) (x > 0 \rightarrow \exists x \vee O x)$	P
2)	$(\forall x) (P x \rightarrow x > 0)$	P
3)	P4	P
4)	$\neg O 4$	P
5)	$P 4 \rightarrow 4 > 0$	4/x (2)
6)	$4 > 0$	PP(3,5)
7)	$4 > 0 \rightarrow \exists 4 \vee O 4$	4/x (1)
8)	$\exists 4 \vee O 4$	PP(6,7)
9)	$\exists 4$	TP(4,8)

## especificacion Universal

Regla de inferencia para la eliminación de los cuantificadores universales para permitir analizar y utilizar la estructura de las proposiciones en el razonamiento.

Ejemplo:

“Cada esquema de protección cuida un dispositivo”

“El fusible 2 es un esquema de protección”

“Por lo tanto, el fusible 2 cuida un dispositivo”

Definiendo:

$Lx \leftrightarrow x$  es un esquema de protección

$Px \leftrightarrow x$  cuida un dispositivo

$e = \text{fusible 2}$

Simbolizando: Demostrar  $Pe$

1)	$(\forall x) (Lx \rightarrow Px)$	P
----	-----------------------------------	---

2)	Le	P
----	----	---

3)	$Le \rightarrow Pe$	e/x (1)
----	---------------------	---------

4)	Pe	PP (2,3)
----	----	----------

Expresiones mas utilizadas:

"Para cada x ..."	"Cada ..."
"Para todo x ..."	"Todo ..."
"Cualquiera ..."	

Otro ejemplo:

$$Px \leftrightarrow x \text{ operó}$$

$$(\forall x) (\neg Px)$$

Expresiones mas utilizadas:

"Para ningún x ..."	"Ninguno ..."
"Nadie ..."	"Nada ..."
"No ..."	

Ejercicio:

"Para cada x e y, si x es mayor que y entonces no ocurre que y sea mayor que x"

"Dos es mayor que uno"

“Por lo tanto, no ocurre que uno sea mayor que dos”

Demostrar:  $\neg (1 > 2)$  si ...

1)	$(\forall x) (\forall y) [x > y \rightarrow \neg (y > x)]$	P
2)	$2 > 1$	P
<hr/>		
3)	$2 > 1 \rightarrow \neg (1 > 2)$	2/x, 1/y (1)
4)	$\neg (1 > 2)$	PP(2,3)