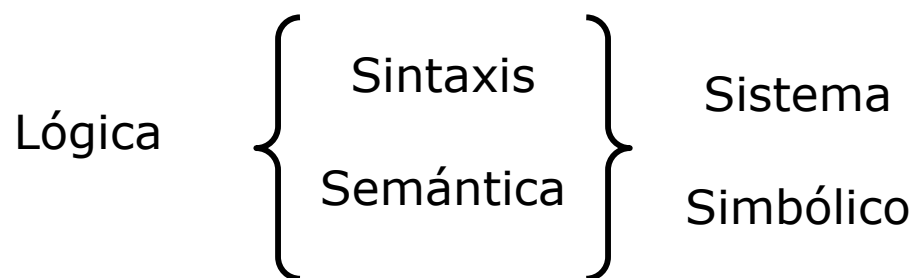


lógica de predicados

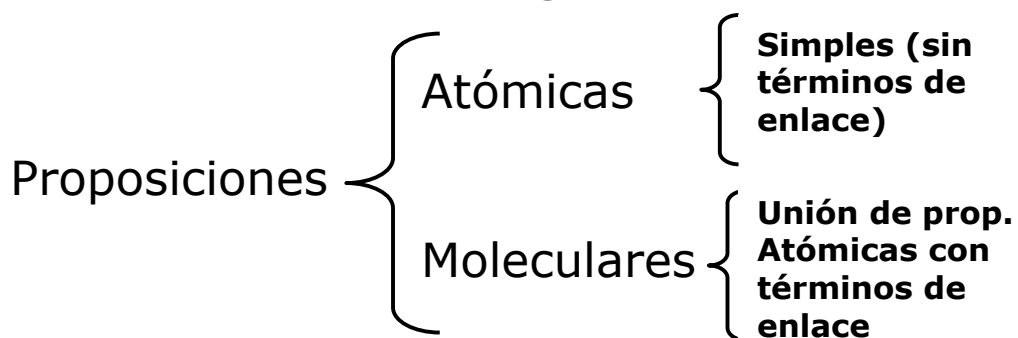
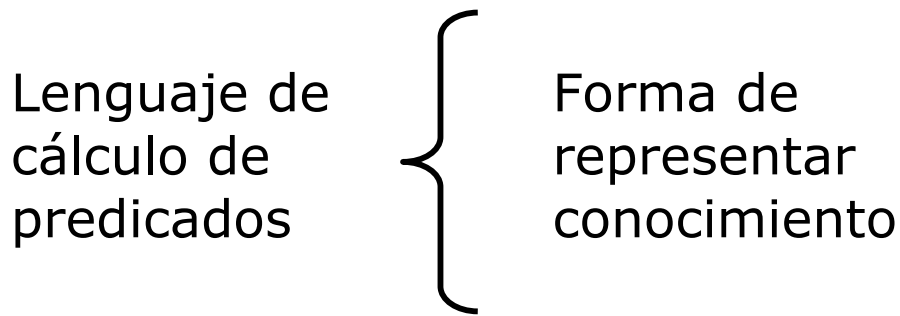
- Lógica de predicados
- Cálculo de predicados
- Reglas de inferencia
- Deducción proposicional
- Demostración condicional
- Demostración indirecta
- Valores de certeza y Tautología

lógica de predicados



Es una herramienta para estudiar el comportamiento de un sistema lógico. Además proporciona un criterio para determinar si un sistema lógico es absurdo o inconsistente.

Sistema simbólico : Lenguaje y fórmulas lógicas.



Conexiones lógicas y Términos de enlace

Palabras de enlace que unen proposiciones atómicas para formar proposiciones moleculares.

Término	Significado	Símbolo
AND	"Y"	&
OR	"O"	∨
NOT	"No"	¬
IF	"Si.. entonces"	→

Simbolización de proposiciones

Uso de variables para representar proposiciones.

P = "Se cerró el circuito"

Q = "Operó la marcha"

$P \ \& \ Q =$ "Se cerró el circuito y operó la marcha"

$\neg Q =$ "No operó la marcha"

Palabra de enlace	Prop. Molecular	Simbología	Nombre
Y	$P \ y \ Q$	$P \ \& \ Q$	Conjunción
O	$P \ o \ Q$	$P \ \vee \ Q$	Disjunción
No	No Q	$\neg Q$	Negación
Si... Entonces	Si P entonces Q	$P \rightarrow Q$	Condicional

Jerarquía de aplicación

$\longrightarrow$ Menor jerarquía

$\& , \vee$

$\neg$ Mayor jerarquía

Ejemplos:

$$(P \ \& \ Q) \longrightarrow R$$
$$P \longrightarrow (Q \vee R)$$

$$P \ \& \ Q \longrightarrow R$$
$$P \longrightarrow Q \vee R$$

$$(P \longrightarrow Q) \vee R$$

$$P \longrightarrow Q \vee R$$

Disjunción entre una
condicional y una
proposición

Condicional entre
una proposición y
una disjunción

Reglas de inferencia

Modus Ponendo Ponens

$\frac{P \longrightarrow Q \quad P}{Q}$	$\frac{\neg P \vee R \longrightarrow S \ \& \ \neg Q \quad \neg P \vee R}{S \ \& \ \neg Q}$
---	---

Modus Tollendo Tollens

$\frac{P \longrightarrow Q \quad \neg Q}{\neg P}$	$\frac{P \longrightarrow \neg(Q \ \& \ R) \quad Q \ \& \ R}{\neg P}$
---	--

Modus Tollendo Ponens

$\frac{P \vee Q \quad \neg P}{Q}$	$\frac{\neg P \vee (S \ \& \ \neg Q) \quad P}{(S \ \& \ \neg Q)}$
-----------------------------------	---

Doble negación

$$\frac{P}{\neg\neg P}$$

$$\frac{\neg\neg P}{P}$$

Regla de adjunción

$$\frac{P \quad Q}{P \& Q}$$

Regla de Simplific.

$$\frac{P \& Q}{P}$$

Ley de adición

$$\frac{P}{P \vee Q}$$

$$\frac{S \vee \neg Q}{(S \vee \neg Q) \vee T}$$

Ley de simplificación disyuntiva

$$\frac{P \vee P}{P}$$

Ley del silogismo hipotético

$$\begin{array}{l} P \longrightarrow Q \\ Q \longrightarrow R \\ \hline P \longrightarrow R \end{array}$$

$$\begin{array}{l} (A \& B \longrightarrow Z) \longrightarrow Q \\ Q \longrightarrow (T \& Y) \\ \hline (A \& B \longrightarrow Z) \longrightarrow (T \& Y) \end{array}$$

Ley del silogismo disyuntivo

$$\begin{array}{l} P \vee Q \\ P \longrightarrow R \\ Q \longrightarrow S \\ \hline R \vee S \end{array}$$

$$\begin{array}{l} (A \& B) \vee (F \& W) \\ (A \& B) \longrightarrow (L \vee H) \\ (F \& W) \longrightarrow (J \& D) \\ \hline (L \vee H) \vee (J \& D) \end{array}$$

Leyes de Morgan

$$\begin{array}{l} P \& Q \\ \hline \neg (\neg P \vee \neg Q) \end{array}$$

$$\begin{array}{l} A \vee \neg B \\ \hline \neg (\neg A \& B) \end{array}$$

Reglas de operación

- 1.- Cambiar & por $\vee$, o viceversa
- 2.- Negar cada proposición
- 3.- Negar la proposición completa

Ley de las proposiciones bicondicionales

$$\begin{array}{c} P \longleftrightarrow Q \\ \hline P \longrightarrow Q \\ Q \longrightarrow P \end{array}$$

$$\begin{array}{c} P \longleftrightarrow Q \\ \hline (P \longrightarrow Q) \& (Q \longrightarrow P) \end{array}$$

Ley de Contraposición

$$\begin{array}{c} P \longrightarrow Q \\ \hline \neg Q \longrightarrow \neg P \end{array}$$

Modus Ponendo Ponens (PP)

$$\begin{array}{c} P \rightarrow Q \\ P \\ \hline Q \end{array}$$

Ley de Adición (LA)

$$\begin{array}{c} P \\ \hline P \vee Q \end{array}$$

Modus Tollendo Tollens (TT)

$$\begin{array}{c} P \rightarrow Q \\ \neg Q \\ \hline \neg P \end{array}$$

Ley de Simplificación Disyuntiva (SD)

$$\begin{array}{c} P \vee P \\ \hline P \end{array}$$

Modus Tollendo Ponens (TP)

$$\begin{array}{c} P \vee Q \\ \neg P \\ \hline Q \end{array}$$

Ley del Silogismo Hipotético (HS)

$$\begin{array}{c} P \rightarrow Q \\ Q \rightarrow R \\ \hline P \rightarrow R \end{array}$$

Doble Negación (DN)

$$\begin{array}{c} P \\ \hline \neg \neg P \end{array}$$

Ley del Silogismo Disyuntivo (DS)

$$\begin{array}{c} P \vee Q \\ P \rightarrow R \\ Q \rightarrow S \\ \hline R \vee S \end{array}$$

Regla de Adjunción (ADJ)

$$\begin{array}{c} P \\ Q \\ \hline P \& Q \end{array}$$

Leyes de Morgan (LM)

$$\begin{array}{c} P \& Q \\ \hline \neg (\neg P \vee \neg Q) \end{array}$$

Regla de Simplific. (S)

$$\begin{array}{c} P \& Q \\ \hline P \end{array}$$

Ley de las Proposiciones Bicondicionales (BI)**Regla de Contraposición (C)**

$$\begin{array}{c} P \rightarrow Q \\ \hline \neg Q \rightarrow \neg P \end{array}$$

$$\begin{array}{c} P \leftrightarrow Q \\ \hline P \rightarrow Q \\ Q \rightarrow P \end{array}$$

Deducción proposicional

♦ Demostrar que un razonamiento es válido

- 1.- Líneas de demostración numeradas (premisas o deducciones).
- 2.- Cada línea debe ser justificada por una línea de inferencia.
- 3.- Indicar la información utilizada en cada regla.

1) $S \longrightarrow \neg T$	P
2) S	P
3) $\neg T \longrightarrow R$	P
4) $\neg T$	PP(1,2)
5) R	PP(3,4)

Demostración condicional

$P \longrightarrow Q$	
$R \longrightarrow \neg Q$	
$R \longrightarrow \neg P$	

}

?

1) $P \rightarrow Q$	P
2) $R \rightarrow \neg Q$	P
3) R	P
4) $\neg Q$	PP(2,3)
5) $\neg P$	TT(1,4)
6) $R \rightarrow \neg P$	CP(3,5)

Premisa
incluida

Demostración indirecta

- ◆ Demostrar de un razonamiento por medio de una contradicción o reducción al absurdo (Ab).
 - ◆ Si se puede deducir una contradicción de un conjunto de premisas y de la negación de S, entonces S puede deducirse del conjunto de premisas solo.
- a) Introducir la negación de la conclusión como premisa.
 - b) Deducir una contradicción.
 - c) Establecer la conclusión como una inferencia lógica.

Contradicción :

$R \ \& \ \neg R \ \therefore R$ es inconsistente

Ejemplo: Demostrar $\neg P$

1)	$\neg Q \vee R$	P
2)	$P \longrightarrow \neg R$	P
3)	Q	P
4)	P	P
5)	$\neg R$	PP(2,4)
6)	$\neg Q$	TP(1,5)
7)	$Q \& \neg Q$	A(3,6)
8)	$P \longrightarrow Q \& \neg Q$	CP(4,7)
9)	$\neg P$	Ab(8)

Ejercicio: Demostrar $\neg M$

1)	$M \& N \longrightarrow R$	P
2)	$\neg R \vee S$	P
3)	$\neg S$	P
4)	N	P

$\neg M$

Valores de certeza y tautología

P	Q	$P \& Q$	$P \vee Q$	$\neg P$	$P \longrightarrow Q$	$P \longleftrightarrow Q$
0	0	0	0	1	1	1
0	1	0	1	1	1	0
1	0	0	1	0	0	0
1	1	1	1	0	1	1

Tautología

Proposición molecular que **SIEMPRE** es cierta, independientemente de los valores de certeza de las proposiciones atómicas que la componen.

Ejemplo:

$P \vee \neg P$ es una tautología

P	$\neg P$	$P \vee \neg P$
0	1	1
1	0	1

Implicación tautológica

Una proposición P se dice que implica tautológicamente una proposición Q si y solo si la condicional es una tautología.

Premisas $\longrightarrow$ Conclusiones = Tautología

$\therefore$ el razonamiento es válido.

1) $\neg Q \vee R$	P
2) $P \longrightarrow \neg R$	P
3) Q	P
$\neg P$	

Es tautología si ...

$[(\neg Q \vee R) \& (P \longrightarrow \neg R) \& Q] \longrightarrow \neg P$

siempre es cierta.