Lógica de predicados

- Lógica de predicados
- Cálculo de predicados
- Reglas de inferencia
- Deducción proposicional
- Demostración condicional
- Demostración indirecta
- Valores de certeza y Tautología

Lógica de predicados

Lógica

Sintaxis

Semántica

Sistema

Simbólico

Es una herramienta para estudiar el comportamiento de un sistema lógico. Además proporciona un criterio para determinar si un sistema lógico es absurdo o inconsistente.

Sistema simbólico : Lenguaje y fórmulas lógicas.

Cálculo de predicados

Lenguaje de cálculo de predicados { Forma de representar conocimiento

Proposiciones

Representación en lenguaje cotidiano que debe estar libre de vaguedades.

Proposiciones
- Atómicas
  - **Simples (sin términos de enlace)**
- Moleculares
  - **Unión de prop. Atómicas con términos de enlace**

Conexiones lógicas y Términos de enlace

Palabras de enlace que unen proposiciones atómicas para formar proposiciones moleculares.

Término	Significado	Símbolo
AND	"Y"	&
OR	"O"	V
NOT	"No"	¬
IF	"Si.. entonces"	$\longrightarrow$

Simbolización de proposiciones

Uso de variables para representar proposiones.

P = "Se cerró el circuito"

Q = "Operó la marcha"

P & Q = "Se cerró el circuito y operó la marcha"

¬Q = "No operó la marcha"

Palabra de enlace	Prop. Molecular	Simbología	Nombre
Y	P y Q	P & Q	Conjunción
O	P o Q	P V Q	Disjunción
No	No Q	¬Q	Negación
Si... Entonces	Si P entonces Q	P → Q	Condicional

Jerarquía de aplicación

→ Menor jerarquía

& , V

¬ Mayor jerarquía

Ejemplos:

$(P \,\&\, Q) \longrightarrow R$	$P \,\&\, Q \longrightarrow R$
$P \longrightarrow (Q \vee R)$	$P \longrightarrow Q \vee R$
$(P \longrightarrow Q) \vee R$	Disjunción entre una condicional y una proposición
$P \longrightarrow Q \vee R$	Condicional entre una proposición y una disjunción

Reglas de inferencia

Modus Ponendo Ponens

$$\frac{P \rightarrow Q \qquad P}{Q}$$

$$\frac{\neg P \vee R \rightarrow S \,\&\, \neg Q \qquad \neg P \vee R}{S \,\&\, \neg Q}$$

Modus Tollendo Tollens

$$\frac{P \rightarrow Q \qquad \neg Q}{\neg P}$$

$$\frac{P \rightarrow \neg(Q \,\&\, R) \qquad Q \,\&\, R}{\neg P}$$

Modus Tollendo Ponens

$$\frac{P \vee Q \qquad \neg P}{Q}$$

$$\frac{\neg P \vee (S \,\&\, \neg Q) \qquad P}{(S \,\&\, \neg Q)}$$

Doble negación

$$\frac{P}{\neg\neg P}$$

$$\frac{\neg\neg P}{P}$$

Regla de adjunción

$$\frac{\begin{array}{l}P\\Q\end{array}}{P \,\&\, Q}$$

Regla de Simplific.

$$\frac{P \,\&\, Q}{P}$$

Ley de adición

$$\frac{P}{P \vee Q}$$

$$\frac{S \vee \neg Q}{(S \vee \neg Q) \vee T}$$

Ley de simplificación disyuntiva

$$\frac{P \vee P}{P}$$

Ley del silogismo hipotético

$$\frac{\begin{array}{l} P \rightarrow Q \\ Q \rightarrow R \end{array}}{P \rightarrow R}$$

$$\frac{\begin{array}{l} (A \,\&\, B \rightarrow Z) \rightarrow Q \\ Q \rightarrow (T \,\&\, Y) \end{array}}{(A \,\&\, B \rightarrow Z) \rightarrow (T \,\&\, Y)}$$

Ley del silogismo disyuntivo

$$\frac{\begin{array}{l} P \vee Q \\ P \rightarrow R \\ Q \rightarrow S \end{array}}{R \vee S}$$

$$\frac{\begin{array}{l} (A \,\&\, B) \vee (F \,\&\, W) \\ (A \,\&\, B) \rightarrow (L \vee H) \\ (F \,\&\, W) \rightarrow (J \,\&\, D) \end{array}}{(L \vee H) \vee (J \,\&\, D)}$$

Leyes de Morgan

$$\frac{P \,\&\, Q}{\neg (\neg P \vee \neg Q)}$$

$$\frac{A \vee \neg B}{\neg (\neg A \,\&\, B)}$$

Reglas de operación

1.- Cambiar & por V, o viceversa
2.- Negar cada proposición
3.- Negar la proposición completa

Ley de las proposiciones bicondicionales

$$\frac{P \longleftrightarrow Q}{\begin{array}{l} P \rightarrow Q \\ Q \rightarrow P \end{array}}$$

$$\frac{P \longleftrightarrow Q}{(P \rightarrow Q)\ \&\ (Q \rightarrow P)}$$

Modus Ponendo Ponens
(PP)

$$\begin{array}{l} P \rightarrow Q \\ P \\ \hline Q \end{array}$$

Modus Tollendo Tollens
(TT)

$$\begin{array}{l} P \rightarrow Q \\ \neg Q \\ \hline \neg P \end{array}$$

Modus Tollendo Ponens
(TP)

$$\begin{array}{l} P \vee Q \\ \neg P \\ \hline Q \end{array}$$

Doble Negación
(DN)

$$\begin{array}{l} P \\ \hline \neg\neg P \end{array}$$

Regla de Adjunción
(ADJ)

$$\begin{array}{l} P \\ Q \\ \hline P \,\&\, Q \end{array}$$

Regla de Simplific.
(S)

$$\begin{array}{l} P \,\&\, Q \\ \hline P \end{array}$$

Ley de Adición
(LA)

$$\begin{array}{l} P \\ \hline P \vee Q \end{array}$$

Ley de Simplificación Disyuntiva
(SD)

$$\begin{array}{l} P \vee P \\ \hline P \end{array}$$

Ley del Silogismo Hipotético
(HS)

$$\begin{array}{l} P \rightarrow Q \\ Q \rightarrow R \\ \hline P \rightarrow R \end{array}$$

Ley del Silogismo Disyuntivo
(DS)

$$\begin{array}{l} P \vee Q \\ P \rightarrow R \\ Q \rightarrow S \\ \hline R \vee S \end{array}$$

Leyes de Morgan
(LM)

$$\begin{array}{l} P \,\&\, Q \\ \hline \neg(\neg P \vee \neg Q) \end{array}$$

Ley de las Proposiciones Bicondicionales
(BI)

$$\begin{array}{l} P \leftrightarrow Q \\ \hline P \rightarrow Q \\ Q \rightarrow P \end{array}$$

Deducción proposicional

- Demostrar que un razonamiento es válido

1.- Líneas de demostración numeradas (premisas o deducciones).
2.- Cada línea debe ser justificada por una línea de inferencia.
3.- Indicar la información utilizada en cada regla.

1) $S \rightarrow \neg T$	P
2) S	P
3) $\neg T \rightarrow R$	P
4) $\neg T$	PP(1,2)
5) R	PP(3,4)

Demostración condicional

$P \rightarrow Q$
$R \rightarrow \neg Q$

$R \rightarrow \neg P$

?

1) $P \rightarrow Q$ P
2) $R \rightarrow \neg Q$ P

---

3) R P
4) $\neg Q$ PP(2,3)
5) $\neg P$ TT(1,4)
6) $R \rightarrow \neg P$ CP(3,5)

Premisa incluida

Demostración indirecta

- Demostrar de un razonamiento por medio de una contradicción o reducción al absurdo (Ab).

- Si se puede deducir una contradicción de un conjunto de premisas y de la negación de S, entonces S puede deducirse del conjunto de premisas solo.

a) Introducir la negación de la conclusión como premisa.
b) Deducir una contradicción.
c) Establecer la conclusión como una inferencia lógica.

<u>Contradicción :</u>

R & ¬ R ∴ R es inconsistente

Ejemplo: Demostrar ¬ P

1)	¬Q V R	P
2)	P $\rightarrow$ ¬R	P
3)	Q	P
4)	P	P
5)	¬R	PP(2,4)
6)	¬Q	TP(1,5)
7)	Q & ¬Q	A(3,6)
8)	P $\rightarrow$ Q & ¬Q	CP(4,7)
9)	¬P	Ab(8)

Ejercicio: Demostrar ¬M

1)	M & N $\rightarrow$ R	P
2)	¬R V S	P
3)	¬S	P
4)	N	P

¬M

Valores de certeza y tautología

P	Q	P & Q	P V Q	¬ P	P ⟶ Q	P ⟷ Q
0	0	0	0	1	1	1
0	1	0	1	1	1	0
1	0	0	1	0	0	0
1	1	1	1	0	1	1

Tautología

Proposición molecular que **SIEMPRE** es cierta, independientemente de los valores de certeza de las proposiciones atómicas que la componen.

Ejemplo:
P V ¬P es una tautología

P	¬P	P V ¬P
0	1	1
1	0	1

Implicación tautológica

Una proposición P se dice que implica tautológicamente una proposición Q si y solo si la condicional es una tautología.

Premisas $\longrightarrow$ Conclusiones = Tautología

$\therefore$ el razonamiento es válido.

1) $\neg Q \vee R$	P
2) $P \rightarrow \neg R$	P
3) Q	P

$\neg P$

Es tautología si ...

$$[(\neg Q \vee R) \,\&\, (P \rightarrow \neg R) \,\&\, Q] \rightarrow \neg P$$

siempre es cierta.