

SEP

DGIT

INSTITUTO TECNOLOGICO DE NUEVO LAREDO

INGENIERIA EN SISTEMAS
COMPUTACIONALES



MATERIA: INTELIGENCIA ARTIFICIAL

MAESTRO: ING. BRUNO LOPEZ TAKEYAS

REPORTE DE PRACTICA

NOMBRES:

Ylliana Samantha Anderson Benavides	01100161
Karla Rocío Reyes Chávez	01100290
Pablo Saúl Hernández Ribota	01100230
Andrea Ramírez Saavedra	01100288
Efrain Velázquez Flores	01100320

FECHA DE ENTREGA: 30 de Agosto de 2005

Nuevo Laredo,
Tamaulipas, México

Introducción

La lógica borrosa es una rama de la inteligencia artificial que se funda en el concepto "Todo es cuestión de grado" , lo cual permite manejar información vaga o de difícil especificación si quisiéramos hacer cambiar con esta información el funcionamiento o el estado de un sistema específico. Es entonces posible con la lógica borrosa gobernar un sistema por medio de reglas de 'sentido común' las cuales se refieren a cantidades indefinidas.

La lógica difusa nace en 1965 a partir de la publicación del artículo "Fuzzy Sets" escrito por Lofti A. Zadeh para la revista Information and Control.

En contraste con la lógica convencional, que utiliza conceptos absolutos para referirse a la realidad, la lógica difusa la define en grados variables de pertenencia a los mismos, siguiendo patrones de razonamiento similares a los del pensamiento humano.

Así por ejemplo, mientras dentro del marco rígido de la lógica formal un recinto está solamente "oscuro" (0) o claro (1), para la lógica difusa son posibles también todas las condiciones relativas intermedias percibidas por la experiencia humana como "muy claro", "algo oscuro", "ligeramente claro", "extremadamente oscuro", etc. Las condiciones extremas o absolutas asumidas por la lógica formal son sólo un caso particular dentro del universo de la lógica difusa. Esta última nos permite ser relativamente imprecisos en la representación de un problema y aún así llegar a la solución correcta.

La lógica borrosa o difusa es entonces definida como un sistema matemático que modela funciones no lineales, que convierte unas entradas en salidas acordes con los planteamientos lógicos que usan el razonamiento aproximado.

Actualmente, muchos productos de uso corriente (cámaras fotográficas y de video, lavadoras, aparatos de aire acondicionado, refrigeradores, alarmas, electrodomésticos, etc.), así como una gran variedad de controladores industriales, dispositivos médicos, sistemas de seguridad en reactores nucleares, robots y otros sistemas relativamente complejos, están basados en la lógica difusa.

HISTORIA

Los conjuntos difusos fueron introducidos por primera vez en 1965. En cierto nivel, la lógica difusa puede ser vista como un lenguaje que permite trasladar sentencias sofisticadas en lenguaje natural a un lenguaje matemático formal.

FECHAS IMPORTANTES EN LA EVOLUCION DE LA LOGICA DIFUSA

En el siglo XVIII, en Inglaterra el filósofo David Hume habla de la lógica del sentido común (razonamiento basado en la experiencia que la gente comúnmente adquiere de sus vivencias por el mundo). El filósofo norteamericano Charles Sander Pierce, fue el primero en considerar la vaguedad en vez de la dicotomía cierto-falso, como una forma de enmarcar cómo el mundo y las personas funcionan. También en este siglo es inventada la teoría original de conjuntos clásicos de unos y ceros por el matemático alemán Georg Kantor.

En 1920 el filósofo polaco Jan Lukasiewicz propone la primera lógica de vaguedad. Desarrolló conjuntos con posibles valores de pertenencia 0, $\frac{1}{2}$ y 1 (lógica

trivaluada). Posteriormente los extendió hacia un número infinito de valores entre 0 y 1 (lógica multivaluada).

En 1962 Lotfi Zadeh cuestiona la efectividad de las matemáticas tradicionales, las cuales resultaban intolerantes ante la imprecisión y ante verdades parciales.

En 1964 Aparece por primera vez la noción de conjuntos difusos en un memorándum debido al mismo Zadeh en la Universidad de California en Berkeley. Dicho memorándum es publicado un año más tarde bajo el título: "Fuzzy Sets" (Conjuntos difusos).

En 1965, la revista "Information and Control" publica el memorándum anterior, en donde aparece el artículo de Zadeh, "Fuzzy Sets".

En 1974, el Británico Ebrahim Mandani, demuestra la aplicabilidad de la lógica difusa en el campo del control. Desarrolla el primer sistema de control Fuzzy práctico, la regulación de un motor de vapor.

A finales de los 70's, Los ingenieros daneses Lauritz Peter Holmbland y Jens-Jurgen Ostergaard desarrollan el primer sistema de control difuso comercial, destinado a una planta de cemento. Los japoneses empiezan a explotar la lógica difusa de forma masiva. Los occidentales asumieron una actitud reacia principalmente por dos razones: la primera era porque la palabra "Fuzzy" sugería algo confuso y sin forma, y la segunda porque no había forma de probar analíticamente que la teoría funcionaba correctamente, ya que el control fuzzy no estaba basado en modelos matemáticos.

En 1986, Yamakawa, publica el artículo, "Fuzzy Controller hardware system". Desarrolla controladores fuzzy en circuitos integrados.

En 1987, "FUZZY BOOM", se comercializan multitud de productos basados en la lógica difusa (sobre todo en Japón).

Conceptos básicos de lógica difusa:**Conjuntos difusos.**

La mayoría de los fenómenos que encontramos cada día son imprecisos, es decir, tienen implícito un cierto grado de difusidad en la descripción de su naturaleza. Esta imprecisión puede estar asociada con su forma, posición, momento, color, textura, o incluso en la semántica que describe lo que son. En muchos casos el mismo concepto puede tener diferentes grados de imprecisión en diferentes contextos o tiempo. Un día cálido en invierno no es exactamente lo mismo que un día cálido en primavera. La definición exacta de cuando la temperatura va de templada a caliente es imprecisa -no podemos identificar un punto simple de templado, así que emigramos a un simple grado, la temperatura es ahora considerada caliente. Este tipo de imprecisión o difusidad asociado continuamente a los fenómenos es común en todos los campos de estudio: sociología, física, biología, finanzas, ingeniería, oceanografía, psicología, etc.

Conceptos imprecisos.

Aceptamos la imprecisión como una consecuencia natural de "la forma de las cosas en el mundo". La dicotomía entre el rigor y la precisión del modelado matemático en todo los campos y la intrínseca incertidumbre de "el mundo real" no es generalmente aceptada por los científicos, filósofos y analistas de negocios. Nosotros simplemente aproximamos estos eventos a funciones numéricas y escogemos un resultado en lugar de hacer un análisis del conocimiento empírico. Sin embargo procesamos y entendemos de manera implícita la imprecisión de la información fácilmente. Estamos capacitados para formular planes, tomar decisiones y reconocer conceptos compatibles con altos niveles de vaguedad y ambigüedad. considere las siguientes sentencias:

- . La temperatura está caliente
- . La inflación actual aumenta rápidamente
- . Los grandes proyectos generalmente tardan mucho
- . Nuestros precios están por abajo de los precios de la competencia
- . IBM es una compañía grande y agresiva
- . Alejandro es alto pero Ana no es bajita

Estas proposiciones forman el núcleo de nuestras relaciones con "la forma de las cosas en el mundo". Sin embargo, son incompatibles con el modelado tradicional y el diseño de sistemas de información. Si podemos incorporar estos conceptos logramos que los sistemas sean potentes y se aproximen más a la realidad.

Pero, es la imprecisión un concepto artificial utilizado para aumentar o disminuir en uno o más las propiedades de los fenómenos? o es una parte intrínseca del fenómeno en sí mismo?.

Esta es una pregunta importante ya que es la parte fundamental de las medidas de la teoría difusa. Como veremos la fusificación es independiente de cualquier capacidad para medir, ya que un conjunto difuso es un conjunto que no tiene límites bien definidos. Un conjunto difuso tiene muchas propiedades intrínsecas que afectan la forma del conjunto, su uso y como participa en un modelo. Las propiedades más importantes de un conjunto difuso son las concernientes a las dimensiones verticales del conjunto difuso (altura y normalización) y las dimensiones horizontales (conjunto soporte y cortes "alpha").

La altura de un conjunto difuso es como máximo un grado de pertenencia y es una cota cercana al concepto de normalización. La superficie de la región de un

conjunto difuso es el universo de valores. Todos estos conceptos se tratarán más adelante. Es decir un conjunto difuso A se considera como un conjunto de pares ordenados, en los que el primer componente es un número en el rango $[0,1]$ que denota el grado de pertenencia de un elemento u de U en A , y el segundo componente especifica precisamente quién es éste elemento de u . En general los grados de pertenencia son subjetivos en el sentido de que su especificación es una cuestión objetiva. Se debe aclarar que aunque puede interpretarse como el grado de verdad de que la expresión " $u \in A$ " sea cierta, es más natural considerarlo simplemente como un grado de pertenencia.

Puede notarse además que:

a) Mientras más próximo está (u) a el valor 1, se dice que u pertenece más a A (de modo que 0 y 1 denotan la no pertenencia y la pertenencia completa, respectivamente).

b) Un conjunto en el sentido usual es también difuso pues su función característica μ es también una función $\mu: U \rightarrow [0,1]$; o sea que los conjuntos difusos son una generalización de los conjuntos usuales.

Ejemplo: Sea $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, entonces los conjuntos definidos a continuación son difusos:

POCOS = $\{(0.4/1, 0.8/2, 1/3, 0.4/4)\}$
 VARIOS = $\{(0.5/3, 0.8/4, 1/5, 1/6, 0.8/7, 0.5/8)\}$
 MUCHOS = $\{(0.4/6, 0.6/7, 0.8/8, 0.9/9, 1/10)\}$

Note que el elemento 4 pertenece en grado .4 al conjunto POCOS, en grado .8 al conjunto VARIOS y en grado .0 a MUCHOS. Zadeh ha hecho algunas extensiones a los conceptos de conjuntos difusos ordinarios que se han explicado; por ejemplo los conjuntos difusos de nivel- m y los conjuntos difusos tipo- n . Para un conjunto difuso de nivel- m se considera como su universo de discusión al conjunto de conjuntos difusos de nivel- $(m-1)$, sobreentendiendo que los conjuntos difusos de nivel-1 son conjuntos difusos ordinarios. Para los conjuntos difusos tipo- n , los valores de las funciones de pertenencia son conjuntos difusos de tipo- $(n-1)$ del intervalo $[0,1]$ (en lugar de ser puntos de $[0,1]$). También los conjuntos difusos tipo-1 son equivalentes a los conjuntos difusos ordinarios.

Operaciones.

En la lógica Booleana tradicional, los conjuntos son considerados como sistemas bivalentes con sus estados alternando entre inclusión y exclusión. La característica de la función discriminante refleja este espacio bivaluado

Esto indica que la función de pertenencia para el conjunto A es cero si x no es un elemento en A y la función de pertenencia es si x es un elemento en A . Dado que existen solamente dos estados, la transición entre estos dos estados es siempre inmediata. La pertenencia de estos conjuntos está siempre totalmente categorizada y no existe ambigüedad o dicotomía acerca de la pertenencia. Existen 4 operaciones básicas de conjuntos en esta lógica: unión, intersección, complemento y unión exclusiva. Al igual que en los conjuntos convencionales, existen definiciones específicas para combinar y especificar nuevos conjuntos difusos. Este conjunto de funciones teóricas provee las herramientas fundamentales de la lógica. En el caso usual, con las operaciones comunes de intersección, unión y complemento, el conjunto de conjuntos de U forman un álgebra booleana, es decir se cumplen las

condiciones de asociatividad, conmutatividad, elementos neutros, ídem potencia, absorción, distributividad, complemento y las leyes de Morgan.

Las tres operaciones mencionadas se pueden extender de varias formas a conjuntos difusos, de modo que al restringirlas a los conjuntos usuales, coincidan con las comunes. Estas extensiones resultantes satisfacen en forma general sólo a algunas de las condiciones listadas anteriormente, y para mantener la vigencia de alguna, será obligatorio sacrificar a otras. En el sistema se optó por extender las operaciones en el sentido clásico, es decir, dados dos conjuntos difusos A y B, se definen las operaciones extendidas de la siguiente forma

Dado que los conjuntos difusos no se particionan en el mismo sentido que los conjuntos Booleanos, estas operaciones son aplicadas al nivel de pertenencia, como una consecuencia de los conjuntos difusos. Decidir si un valor es o no es miembro de cualquier conjunto difuso en particular, requiere algunas nociones de cómo esta construido el conjunto, del universo y de los límites de éste.

Las etiquetas lingüísticas y operadores.

El centro de las técnicas de modelado difuso es la idea de variable lingüística. Desde su raíz, una variable lingüística es el nombre de un conjunto difuso. Si tenemos un conjunto difuso llamado "largo" éste es una simple variable lingüística y puede ser empleada como una regla-base en un sistema basado en la longitud de un proyecto en particular Si duración-proyecto es largo entonces la-terminación-de-tareas es DECRECIENTE; Una variable lingüística encapsula las propiedades de aproximación o conceptos de imprecisión en un sistema y da una forma de computar adecuada. Esto reduce la aparente complejidad de describir un sistema que debe concordar con su semántica. Una variable lingüística siempre representa un espacio difuso.

Lo importante del concepto de variable lingüística es su estimación de variable de alto orden más que una variable difusa. En el sentido de que una variable lingüística toma variables difusas como sus valores. En el campo de la semántica difusa cuantitativa al significado de un término "x" se le representa como un conjunto difuso $M(x)$ del universo de discusión. Desde este punto de vista, uno de los problemas básicos en semántica es que se desea calcular el significado de un término compuesto

La idea básica sugerida por Zadeh es que una etiqueta lingüística tal como "muy", "más o menos", "ligeramente", etc... puede considerarse como un operador que actúa sobre un conjunto difuso asociado al significado de su operando. Por ejemplo en el caso de un término compuesto "muy alto", el operador "muy" actúa en el conjunto difuso asociado al significado del operando "alto". Una representación aproximada para una etiqueta lingüística se puede lograr en términos de combinaciones o composiciones de las operaciones básicas explicadas en la sección anterior. Es importante aclarar que se hará mayor énfasis en que estas representaciones se proponen principalmente para ilustrar el enfoque, más que para proporcionar una definición exacta de las etiquetas lingüísticas. Zadeh también considera que las etiquetas lingüísticas pueden clasificarse en dos categorías que informalmente se definen como sigue:

Tipo I: las que pueden representarse como operadores que actúan en un conjunto difuso: "muy", "más o menos", "mucho", "ligeramente", "altamente", "bastante", etc. y,

Tipo II: las que requieren una descripción de cómo actúan en los componentes del conjunto difuso (operando): "esencialmente", "técnicamente", "estrictamente", "prácticamente", "virtualmente", etc...

En otras palabras, las etiquetas lingüísticas pueden ser caracterizadas como operadores más que construcciones complicadas sobre las operaciones primitivas de conjuntos difusos.

Ejemplos de etiquetas tipo I.

De acuerdo a éste punto de vista y sabiendo que el lenguaje natural es muy rico y complejo, tomamos el operador "muy" que podemos caracterizar con un significado de que aún cuando no tenga validez universal sea sólo una aproximación. Asumimos que si el significado de un término x es un conjunto difuso A , entonces el significado de muy X .

Más y menos

Se pueden definir etiquetas lingüísticas artificiales, por ejemplo: más, menos, que son instancias de lo que puede llamarse acentuador y desacentuador respectivamente, cuya función es proporcionar ligeras variantes de la concentración y la dilatación.

Los exponentes se eligen de modo que se de la igualdad aproximada: $\text{mas mas } x = \text{menos muy } x$, y que, además, se pueden utilizar para definir etiquetas lingüísticas cuyo significado difiere ligeramente de otras, ejemplo:

Mas o menos

Otra etiqueta lingüística interesante es "más o menos" que en sus usos más comunes como "más o menos inteligente", "más o menos rectangular" etc, juega el papel de difusificador.

Ligeramente

Su efecto es dependiente de la definición de proximidad u ordenamientos en el dominio del operando. Existen casos, sin embargo, en los que su significado puede definirse en términos de etiquetas lingüísticas tipo I, bajo la suposición de que el dominio del operando es un conjunto ordenado linealmente.

Clase de

Es una etiqueta lingüística que tiene el efecto de reducir el grado de pertenencia de los elementos que están en el "centro" (grados de pertenencia grandes) de una clase x e incrementa el de aquellos que están en su periferia (grados de pertenencia pequeños).

Regular

Es una etiqueta que tiene el efecto de reducir el grado de pertenencia de aquellos elementos que tienen tanto un alto grado de pertenencia al conjunto como de aquellos que lo tienen pequeño, y sólo aumenta el grado de pertenencia de aquellos elementos que tienen un grado de pertenencia cercano.

Etiquetas tipo II.

Su caracterización envuelve una descripción de forma que afectan a los componentes del operando, y por lo tanto es más compleja que las del tipo I. En general, la definición de una etiqueta de este tipo debe formularse como un algoritmo difuso que envuelve etiquetas tipo I. Su efecto puede describirse aproximadamente como una modificación de los coeficientes de ponderación de una combinación convexa. Como la magnitud de las ponderaciones es una medida del atributo asociado, intuitivamente una etiqueta de este tipo tiene el efecto de aumentar las ponderaciones de los atributos importantes y disminuir los que relativamente no lo son.

¿Qué es la lógica difusa?

Un tipo de lógica que reconoce más que simples valores verdaderos y falsos. Con lógica difusa, las proposiciones pueden ser representadas con grados de veracidad o falsedad. Por ejemplo, la sentencia "hoy es un día soleado", puede ser 100% verdad si no hay nubes, 80% verdad si hay pocas nubes, 50% verdad si existe neblina y 0% si llueve todo el día.

La Lógica Difusa ha sido probada para ser particularmente útil en sistemas expertos y otras aplicaciones de inteligencia artificial. Es también utilizada en algunos correctores de voz para sugerir una lista de probables palabras a reemplazar en una mal dicha. La Lógica Difusa, que hoy en día se encuentra en constante evolución, nació en los años 60 como la lógica del razonamiento aproximado, y en ese sentido podía considerarse una extensión de la Lógica Multivaluada. La Lógica Difusa actualmente está relacionada y fundamentada en la teoría de los Conjuntos Difusos. Según esta teoría, el grado de pertenencia de un elemento a un conjunto va a venir determinado por una función de pertenencia, que puede tomar todos los valores reales comprendidos en el intervalo $[0,1]$. La representación de la función de pertenencia de un elemento a un Conjunto Difuso se representa según la figura 1.

Ejemplo de una función de pertenencia a un Conjunto Difuso.

La Lógica Difusa (llamada también Lógica Borrosa por otros autores) o Fuzzy Logic es básicamente una lógica con múltiples valores, que permite definir valores en las áreas oscuras entre las evaluaciones convencionales de la lógica precisa: Si / No, Cierto / Falso, Blanco / Negro, etc. Se considera un súper conjunto de la Lógica Booleana. Con la Lógica Difusa, las proposiciones pueden ser representadas con grados de certeza o falsedad. La lógica tradicional de las computadoras opera con ecuaciones muy precisas y dos respuestas: Si o no, uno o cero. Ahora, para aplicaciones de computadores muy mal definidas o sistemas vagos se emplea la Lógica Difusa.

Por medio de la Lógica Difusa pueden formularse matemáticamente nociones como un poco caliente o muy frío, para que sean procesadas por computadoras y cuantificar expresiones humanas vagas, tales como "Muy alto" o "luz brillante". De esa forma, es un intento de aplicar la forma de pensar humana a la programación de los computadores. Permite también cuantificar aquellas descripciones imprecisas que se usan en el lenguaje y las transiciones graduales en electrodomésticos como ir de agua sucia a agua limpia en una lavadora, lo que permite ajustar los ciclos de lavado a través de sensores. La habilidad de la Lógica Difusa para procesar valores parciales de verdad ha sido de gran ayuda para la ingeniería. En general, se ha aplicado a:

Sistemas expertos.

Verificadores de ortografía, los cuales sugieren una lista de palabras probables para reemplazar una palabra mal escrita.

Control de sistemas de trenes subterráneos.

Los operadores lógicos que se utilizarán en Lógica Difusa (AND, OR, etc.) se definen también usando tablas de verdad, pero mediante un "principio de extensión" por el cual gran parte del aparato matemático clásico existente puede ser adaptado a la manipulación de los Conjuntos Difusos y, por tanto, a la de las variables lingüísticas.

La operación más importante para el desarrollo y creación de Reglas Lógicas es la implicación, simbolizada por " \Rightarrow " que representa el "Entonces" de las reglas heurísticas: Si (...) Entonces (\Rightarrow) (...).

Así, en la Lógica Difusa hay muchas maneras de definir la implicación. Se puede elegir una "función (matemática) de implicación" distinta en cada caso para representar a la implicación.

La última característica de los sistemas lógicos es el procedimiento de razonamiento, que permite inferir resultados lógicos a partir de una serie de antecedentes. Generalmente, el razonamiento lógico se basa en silogismos, en los que los antecedentes son por un lado las proposiciones condicionales (nuestras reglas), y las observaciones presentes por otro (serán las premisas de cada regla).

Los esquemas de razonamiento utilizados son "esquemas de razonamiento aproximado", que intentan reproducir los esquemas mentales del cerebro humano en el proceso de razonamiento. Estos esquemas consistirán en una generalización de los esquemas básicos de inferencia en Lógica Binaria (silogismo clásico).

Tan importante será la selección de un esquema de razonamiento como su representación material, ya que el objetivo final es poder desarrollar un procedimiento analítico concreto para el diseño de controladores difusos y la toma de decisiones en general. Una vez que dispongamos de representaciones analíticas de cada uno de los elementos lógicos que acabamos de enumerar, estaremos en disposición de desarrollar formalmente un controlador "heurístico" que nos permita inferir el control adecuado de un determinado proceso en función de un conjunto de reglas "lingüísticas", definidas de antemano tras la observación de la salida y normas de funcionamiento de éste.

Lógica Difusa

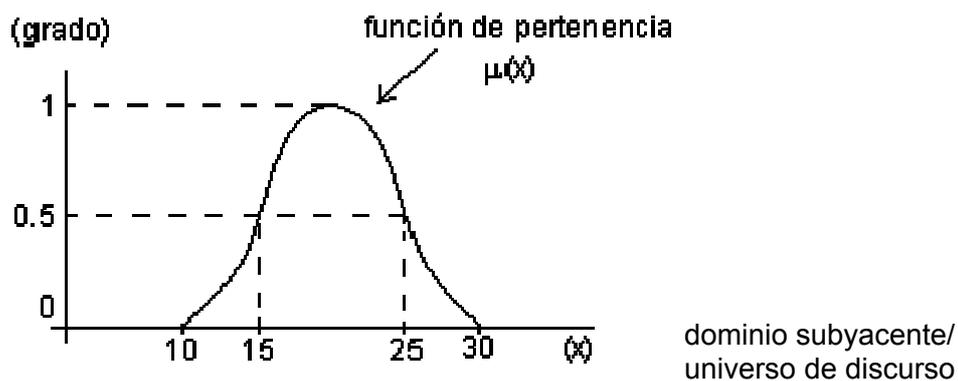
El ser humano posee la capacidad de razonar con oraciones vagas y conceptos absolutos que no encajan en valores de verdadero o falso, esto gracias a su sentido común ya que en el mundo muchas cosas tienen la características de ser parcialmente verdaderas.

La Computadora no tiene esta capacidad ya que esta diseñada para representar 0's y 1's.

La Lógica Difusa ayuda a esta herramienta tan valiosa para el hombre a poder manejar este tipo de situaciones donde es necesaria la verdad parcial.

La Lógica Difusa, que hoy en día se encuentra en constante evolución, nació en los años 60 como la lógica del razonamiento aproximado actualmente está relacionada y fundamentada en la teoría de los Conjuntos Difusos. Según esta teoría, el grado de pertenencia de un elemento a un conjunto va a venir determinado por una función de pertenencia, que puede tomar todos los valores reales comprendidos en el intervalo $[0,1]$.

La representación de la función de pertenencia de un elemento a un Conjunto Difuso se representa según la figura



Ejemplo de una función de pertenencia a un Conjunto Difuso.

Conjuntos Difusos: Lógica Difusa.

Predicados Vagos y Conjuntos Difusos.

Los conjuntos clásicos se definen mediante un predicado que da lugar a una clara división del Universo de Discurso X en los valores "Verdadero" y "Falso". Sin embargo, el razonamiento humano utiliza frecuentemente predicados que no se pueden reducir a este tipo de división: son los denominados *predicados vagos*.

Predicados Vagos: (alto, joven, etc.)

Variable Lingüística: Es una variable cuyos valores son palabras o sentencias (no números). A menudo queremos describir el estado de un objeto o fenómeno, para ello usamos una variable cuyo valor hace la descripción, Una variable lingüística admite que sus valores sean **Etiquetas Lingüísticas**

Ejemplos: *Temperatura, Limpieza, Sabiduría...*

Etiquetas Lingüísticas que son términos lingüísticos definidos como conjuntos difusos (sobre cierto **dominio subyacente**).

Ejemplos: Conjunto difuso Temperatura "Cálida", "aproximadamente 25°C".

Dominio subyacente / Universo de discurso es un dominio.

Ejemplo: Universo de discurso numérico, los grados centígrados.

Hay variables cuya definición es más compleja porque se mueven en **dominios subyacentes** poco claros y no es natural trasladarlos a valores numéricos: Limpieza, Sabiduría, Verdor...

Crisp Un valor concreto. Es, en general, más específico que una **etiqueta lingüística**.

Es **un punto** del conjunto, mientras que una **etiqueta lingüística** es una **colección de puntos** (temperaturas posibles).

Ejemplo : *crisp* (25°C)

Operadores Lógicos son evaluados como operadores de conjuntos difusos:

- **NOT:** Complemento o negación.
- **AND:** Intersección (t-norma).
- **OR:** Unión (s-norma). **0 U**

Cuantificadores Lingüísticos o Difusos:

Se usan para medir (o cuantificar) la cantidad o la proporción de objetos o elementos que cumplen o satisfacen cierta condición.

En lógica clásica existen dos muy importantes:

" **(todo)**: Se refiere a todos los elementos u objetos.

\$ **(existe)**: Se refiere al menos a uno de los elementos u objetos.

Usando lógica difusa existen más clasificados en dos categorías:

Cuantificadores Absolutos: Se refieren a una única cantidad determinada para medir si esa cantidad son: "muchos", "pocos", "muchísimos", aproximadamente entre 6 y 9", "aprox. más de 43", "aprox. 8"...

Para evaluar la verdad de un cuantificador absoluto necesitamos una única cantidad.

Cuantificadores Relativos: Se refieren a una proporción de elementos respecto del total de los que existen.

Por ejemplo: "la mayoría", "la minoría", "casi todos", "casi ninguno", "aprox. la mitad"...

Para evaluar la verdad necesitamos 2 cantidades: Los elementos que cumplen la condición y el total de elementos existentes.

Cuantificadores Lingüísticos

Los **Cuantificadores Difusos** se representan como conjuntos difusos con dominio subyacente en los números reales

El Dominio Subyacente está limitado dependiendo del tipo de cuantificador

En los relativos, el cuantificador se aplica a la división del número de elementos que cumplen la condición entre el número de elementos totales.

Ejemplo de representación

Tómese ahora el Universo de Discurso de la edad. El Conjunto Difuso "Joven" representa el grado de pertenencia respecto al parámetro juventud que tendrían los individuos de cada edad. Es decir, el conjunto expresa la posibilidad de que un individuo sea considerado joven.

Por lo que un individuo x_i podría tener distintos grados de pertenencia en dos conjuntos al mismo tiempo: "Joven" y "Maduro". Esto indica que posee cualidades asociadas con ambos conjuntos. El grado de pertenencia de x en A , como ya se ha señalado anteriormente, se representa por $\mu_A(x)$.

El conjunto Difuso A es la unión de los grados de pertenencia para todos los puntos en el Universo de Discurso X , que también puede expresarse como:

$$A = \int_X \frac{\mu_A(x)}{x}$$

Ejemplo:

Sea $B = \{\text{conjunto de la gente joven}\}$.

Un intento para construir este conjunto es definir un intervalo en años (conjunto clásico) de la

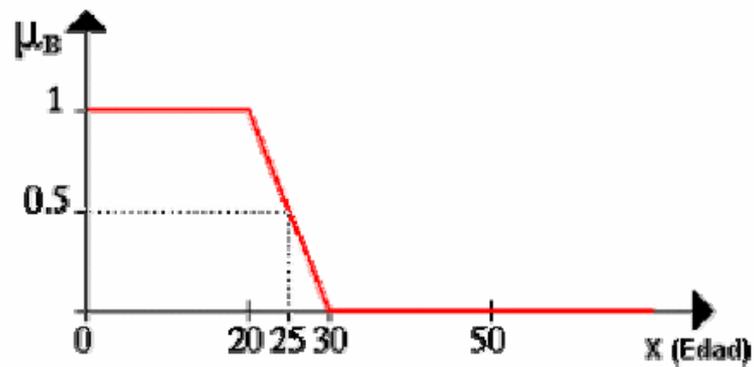
Siguiente manera:

$$B = [0 , 20] = \{ x \mid 0 \leq x \leq 20 \}$$

Lo anterior implicaría que una persona sería joven hasta el día de su cumpleaños número 20, pero al siguiente día ya no lo sería. Ahora, si se cambiase el límite superior del intervalo el problema persistiría.

Una forma más natural de construir el conjunto B , es eliminando esa estricta separación entre ser joven y no serlo, admitiendo grados de pertenencia intermedios entre $[0]$ y $[1]$. Por lo tanto el conjunto B será un Conjunto Difuso.

La función de pertenencia que podría describir el conjunto B sería la siguiente:



$$B = \left((x, \mu_B(x)), \begin{cases} \mu_B(x) = 1 & 0 \leq x \leq 20 \\ \mu_B(x) = -0.1x + 3 & 20 < x < 30 \\ \mu_B(x) = 0 & x \geq 30 \end{cases} \right)$$

De esta manera una persona de 25 años es todavía joven pero con un grado del 50%.

BIBLOGRAFIA

<http://www.egm.as/demos.htm>

<http://www.imse.cnm.es/Xfuzzy/Fleb/Fleb.htm>

Operaciones elementales con conjuntos difusos

Al igual que en la teoría clásica de conjuntos, sobre los conjuntos difusos podemos definir las operaciones de unión, intersección, complementario, etc.

Complemento

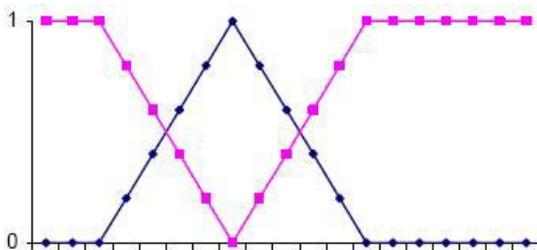
Dado un conjunto A, el conjunto complemento de A está formado por los elementos del universo que no pertenecen a A. En el caso difuso, este conjunto vendrá definido por una función de pertenencia que se calcula para cada elemento a partir de su pertenencia al conjunto A. Es decir:

$$\mu_{A^c}(x) = c(\mu_A(x))$$

siendo c una función $c: [0,1] \rightarrow [0,1]$ que, dado el grado de pertenencia al conjunto A, nos da el grado de pertenencia al conjunto complementario de A. A esta función c desde un punto de vista intuitivo deben exigírseles las siguientes características:

- **c1.** concordancia con el caso nítido $c(1) = 0$ y $c(0) = 1$
- **c2.** estrictamente decreciente $\forall \alpha, \beta \in [0,1] \alpha > \beta \Rightarrow c(\alpha) < c(\beta)$
- **c3.** involución $\forall \alpha \in [0,1] c(c(\alpha)) = \alpha$

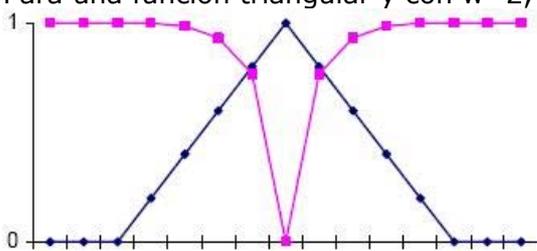
En general se considera como función del complemento a $c(\alpha) = 1 - \alpha$. Así, para el conjunto difuso definido por una función triangular (por ejemplo, el conjunto difuso *mediano*) su complemento sería:



aunque también existen otras variantes que cumplen las propiedades antes citadas como:

- Complemento de Yager $c_w(\alpha) = (1 - \alpha^w)^{1/w} \quad w \in [0, \infty]$

Para una función triangular y con $w=2$, tendríamos:



- clase de complementos de Sugeno $c_\lambda(\alpha) = \frac{1-\alpha}{1-\lambda\alpha} \quad \lambda \in [0,1]$

para $\lambda = 1/2$:

Intersección

En teoría de conjuntos clásica, se considera que un elemento pertenece al conjunto intersección de dos conjuntos si pertenece a ambos. En el caso difuso el problema consiste en determinar el grado de pertenencia al conjunto intersección, conocido el grado de pertenencia a cada uno de los conjuntos originales. Supongamos:

$$\mu_{A \square B}(x) = i(\mu_A(x), \mu_B(x))$$

donde:

$$i : [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$$

análogamente al caso anterior, imponemos las siguientes condiciones:

$$\square \in \{ \wedge, \vee, \cdot, \div \}$$

- **i1.** concordancia con el caso nítido
 $i(0,0) = i(0,1) = i(1,0) = 0$; $i(1,1) = 1$
- **i2.** conmutatividad
- **i3.** asociatividad
- **i4.** identidad
- **i5.** monotonía

$$i(0,1) = i(0,0) = i(1,0) = 0$$

$$i(a,b) = i(b,a)$$

$$i(a, i(b, \gamma)) = i(i(a, b), \gamma)$$

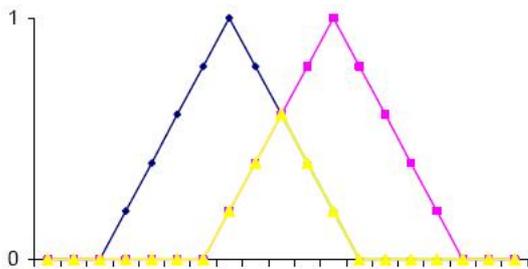
$$i(a, 1) = a$$

si $a \leq a'$ $b \leq b'$, entonces

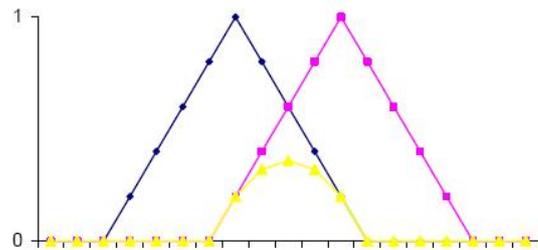
Las funciones i que verifican esta propiedad se llaman dentro de la teoría de conjuntos difusos *normas triangulares* (t-normas). Las t-normas usadas más habitualmente son las siguientes:

- t-norma del mínimo $i_{\min}(a,b) = \min(a,b)$

Por ejemplo si consideramos dos funciones tipo triangular (*niño, adolescente*), la t-norma del mínimo sería:

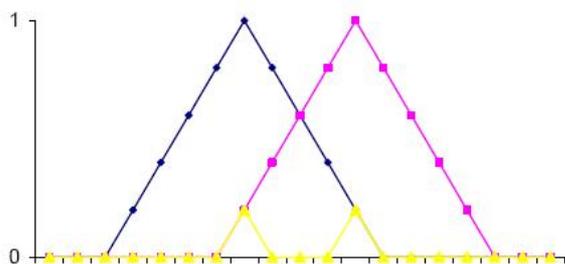


- t norma del producto $i^*(a,b) = a * b$



t-norma del producto drástico

$$i_{\text{inf}}(a, b) = \begin{cases} a & \text{si } b = 1 \\ b & \text{si } a = 1 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$



Aunque no siempre se puede decir que una t-norma es mayor que otra, se puede demostrar que toda t-norma verifica las siguientes desigualdades:

$$\forall a, \beta \in [0,1] \quad \text{imin}(a, \beta) \leq i(a, \beta) \leq \text{iprod}(a, \beta)$$

es decir, que la menor t-norma es la t-norma del producto drástico y la mayor t-norma es la norma del mínimo.

Unión

Al igual que en el caso anterior podemos declarar una axiomática intuitiva para la unión de dos conjuntos difusos. Sea:

$$\mu_{A \sqcup B}(x) = u(\mu_A(x), \mu_B(x))$$

en donde:

$$u : [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$$

que debe verificar:

$$\forall a, \beta, \gamma \in [0,1]$$

- **u1.** concordancia con el caso nítido

$$u(0,1) = u(1,1) = u(1,0) = 1; u(0,0) = 0$$

- **u2.** conmutatividad

$$u(a, \beta) = u(\beta, a)$$

- **u3.** asociatividad

$$u(a, u(\beta, \gamma)) = u(u(a, \beta), \gamma)$$

$$u(u(a, \beta), \gamma)$$

- **u4.** identidad ($A \sqcup \emptyset = A$)

$$u(a, 0) = a$$

- **u5.** monotonía

$$\text{Si } a \leq a' \text{ } \beta \leq \beta',$$

entonces $u(a, \beta) \leq u(a', \beta')$

Además, sería deseable que se mantuvieran también las siguientes propiedades:

- **u6.** Leyes de De Morgan

$$u(a, \beta) =$$

$$c(i(c(a), c(\beta)))$$

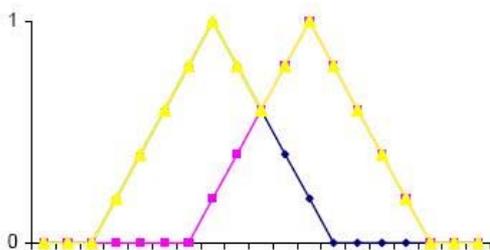
$$i(a, \beta) =$$

$$c(u(c(a), c(\beta)))$$

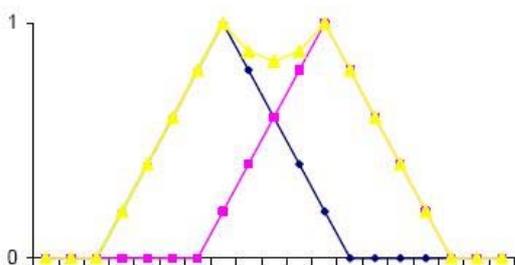
Que nos permiten calcular el grado de la unión en función de los grados del complementario y la intersección. A las funciones que verifiquen estas seis propiedades se las llama *conormas triangulares* (t-conormas).

Considerando la función de complementación $c(a) = 1 - a$, las t-conormas correspondientes a las t-normas anteriores son:

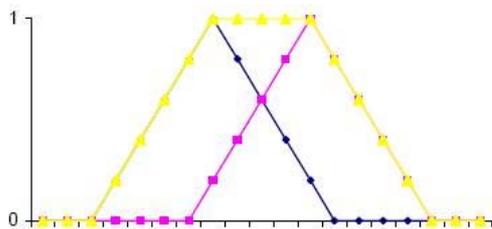
- t-conorma del máximo $u_{\max}(a, \beta) = \max(a, \beta)$



- t-conorma de la suma $u^*(a, \beta) = a + \beta - a * \beta$



- t-conorma de la suma drástica

$$u_{sup}(a, \beta) = \begin{cases} a & \text{si } \beta = 0 \\ \beta & \text{si } a = 0 \\ 1 & \text{en otro caso} \end{cases}$$


análogamente al caso de la intersección, se puede demostrar que cualquier t-conorma verifica las desigualdades:

$$\forall a, \beta \in [0, 1] \quad u_{max}(a, \beta) \leq u(a, \beta) \leq u_{sup}(a, \beta)$$

Es decir, que la menor t-conorma es la del máximo y la mayor t-conorma la suma drástica.

Pero las condiciones que exigimos a la unión y a la intersección no garantizan en general que se cumplan las siguientes condiciones:

$\forall a, \beta, \gamma \in [0, 1]$

- | | |
|--|---|
| I1: Idempotencia ($A \sqcap A = A$) | $i(a, a) = a$ |
| I1: Distributividad ($A \sqcap (B \sqcup C) = \dots$) | $i(a, u(\beta, \gamma)) = u(i(a, \beta), i(a, \gamma))$ |
| U1: Idempotencia ($A \sqcup A = A$) | $u(a, a) = a$ |
| U2: Distributividad ($A \sqcup (B \sqcap C) = \dots$) | $u(a, i(\beta, \gamma)) = i(u(a, \beta), u(a, \gamma))$ |

propiedades que sólo verifica la t-norma del mínimo y su t-conorma del máximo. Podríamos también definir el conjunto vacío y el conjunto universal. El concepto de conjunto vacío corresponde al de aquel conjunto que no contiene ningún elemento. Por tanto, parece adecuado definirlo en la teoría de conjuntos difusos como:

$$\forall x \in X \quad \mu_{\emptyset}(x) = 0$$

y consiguientemente el conjunto universal se definiría como:

$$\forall x \in X \quad \mu_X(x) = 1$$

Pero asumiendo estas definiciones no se verifican en la teoría de conjuntos difusos algunos famosos teoremas de la teoría de conjuntos clásica, como:

$$A \sqcap A = \emptyset$$

$$A \sqcup A = X$$

que se conocen como el principio de contradicción y del tercio excluso, respectivamente (lógica aristotélica).

Si tomamos por ejemplo el conjunto difuso "joven" es fácil comprobar que no se cumplen ninguno de los dos principios.

Sin embargo es posible definir una t-norma y una t-conorma que satisfagan esto (la t-norma del producto acotado y la t-norma de la suma acotada), aunque entonces no se satisfarán las propiedades I1, I2, U1, U2.

Bibliografía

<http://www.lcc.uma.es/~eva/aic/apuntes/fuzzy.pdf>

http://www.exa.unicen.edu.ar/catedras/control/public_html/02_ConjuntosDifusosFLC.pdf

Ejemplos de aplicaciones

La lógica borrosa a pesar de su corta historia tiene un crecimiento muy rápido, ya que es capaz de resolver problemas relacionados con la incertidumbre de la información o del conocimiento, proporcionando un método formal para la expresión del conocimiento en forma entendible y comprensible por los humanos.

Esto hace que se le pueda asegurar y casi garantizar un amplio campo de aplicaciones con un alto grado de interés. Entre otras podemos mencionar las siguientes pero tenemos la mente bien abierta para otras futuras.

En el **área médica** se ha empleado para el diagnóstico, desde campos como la acupuntura, hasta el análisis de los ritmos cardíacos o de la arterioestenosis coronaria.

Dentro del apoyo a la **toma de decisiones** se ha utilizado para la búsqueda de caminos críticos en la ejecución de proyectos y asesoramiento a la inversión.

En el campo del control de **sistemas en tiempo real** destaca el control de un helicóptero por órdenes de voz y el control con derrapaje controlado de un modelo de coche de carreras.

Dentro del sector **automovilístico** existen gran número de patentes sobre sistemas de frenado y cambio de marcha automáticos (Nissan).

En el sector de la fabricación de **electrodomésticos** se han diseñado buen número de aplicaciones neuro-fuzzy como lavadoras que evalúan la carga y ajustan por sí mismas, el detergente necesario, la temperatura del agua y el tipo de ciclo de lavado (Matsushita, Hitachi, Siemens), tostadoras de pan, controles para la calefacción y el aire acondicionado, televisiones (SONY), que automáticamente ajustan el contraste, el brillo y las tonalidades de color.

Para el control de maquinaria destaca el control de frenado de metro de Sendai realizado por Hitachi (en funcionamiento desde julio de 1987) para mantener los trenes rodando rápidamente a lo largo de la ruta, frenando y acelerando suavemente, deslizándose entre las estaciones, parando con precisión sin perder un solo segundo o sacudir fuertemente a los pasajeros. Se han utilizado para el control de una máquina de perforación de túneles y para el control de ascensores (Mitsubishi-Elec., Hitachi, Fuji Tech) que mejoran la eficiencia en el procedimiento manual que siempre se presenta cuando grandes grupos esperan para usar el ascensor al mismo tiempo, o para grúas en el manejo y elevación de contenedores (Hitachi).

Se han aplicado también al **procesado de imágenes y al reconocimiento de caracteres** que reconoce los números de los cheques bancarios utilizando un sensor CCD y un microcontrolador.

Se utiliza también en **verificadores de ortografía**, los cuales sugieren una lista de palabras probables para reemplazar una palabra mal escrita o en correctores de voz para sugerir un listado de probables palabras para sustituir a una mal dicha.

Podríamos resumir que la utilización de la lógica borrosa es aconsejable para procesos muy complejos, es decir, cuando se carece de un modelo matemático simple o para procesos altamente no lineales, o si el procesamiento del

(lingüísticamente formulado) conocimiento experto puede ser desempeñado.

Pero quizá es mejor evitar su uso si el control convencional teóricamente rinde un resultado satisfactorio, o cuando existe un modelo matemático fácilmente soluble y adecuado o también cuando el problema no tiene solución.

Para concluir diremos la utilización de la lógica borrosa para el control de sistemas tiene sus ventajas y desventajas y por lo tanto hay que conocerlas y analizarlas, entre otras plantearemos las siguientes:

Con los sistemas basados en la lógica borrosa se pueden evaluar mayor cantidad de variables, entre otras, variables lingüísticas, no numéricas, simulando el conocimiento humano.

Se relaciona entradas y salidas, sin tener que entender todas las variables, permitiendo que el sistema pueda ser más confiable y estable que uno con un sistema de control convencional.

Se puede simplificar la asignación de soluciones previas a problemas sin resolver.

Es posible obtener prototipos, rápidamente, ya que no requiere conocer todas las variables acerca del sistema antes de empezar a trabajar, siendo su desarrollo más económico que el de sistemas convencionales, porque son más fáciles de designar.

Se simplifica, también la adquisición y representación del conocimiento y unas pocas reglas abarcan gran cantidad de complejidades.

Por todo lo anterior, que por un lado puede ser una ventaja y por otro un posible riesgo, los sistemas basados en la lógica borrosa requieren mayor simulación y una excelente depuración y prueba antes de pasar a ser operacionales.

Aplicación en Juegos de Video

Según la información de sus productores el sistema de IA utiliza lógica **difusa** (*fuzzy logic*) la cual no está basada en dos valores como la lógica formal o matemática (verdadero o falso, cero o uno, bien o mal, etcétera), esto debería permitir la consideración de varios parámetros para establecer un tipo de comportamiento dado y que aún así pueda ser representado computacionalmente. O, puesto en otras palabras, la IA debería actuar de forma más realista y ser afectada por varias variables del entorno, no sólo por algunas.

Aplicación en Robotica

Algunas de las ventajas del control borroso son su robustez frente a cambios en el sistema así como su capacidad de manejar información que contiene ruido y gran incertidumbre. Por todo ello el control borroso se presenta como una alternativa muy interesante en el campo de la robótica, caracterizado por:

- La imposibilidad de disponer de un modelo matemático fiable de un entorno real, cuando éste alcanza unos mínimos niveles de complejidad.
- La incertidumbre e imprecisión de los datos proporcionados por los sensores.
- La necesidad de operar en tiempo real.

Michio Sugeno, del Instituto de Tecnología de Tokio

Sugeno, considerado uno de los *magos* de las aplicaciones, ha creado también un helicóptero no tripulado que entiende órdenes imprecisas y procesa información visual, idóneo para incendios forestales. Es el aparato *estrella* de la lógica difusa; con él, según los expertos, esta herramienta ha superado su examen más difícil en cuanto al control de sistemas.